10　プランク定数の測定

―　エネルギー量子と光電効果　―

　金属の表面に光をあてると電子が飛び出すという光電効果は，アインシュタインの光量子仮説により説明される。本実験は，アインシュタインの光電方程式を検証したミリカンの方法により，プランク定数を測定するもので，それぞれの振動数に対する阻止電圧を測定し，両者の関係からプランク定数を求める。

　【使用実験機器】プランク定数測定器

§１ はじめに

　19 世紀の終わり頃，金属の表面に可視または紫外領域の光をあてると，表面から電子が飛び出すことが実験的に知られていた。この現象を光電効果という。これは，1887 年にヘルツ（H.R.Hertz）が電気回路に火花間隙をつくり，その間隙の陰極に紫外線を当てると，放電が起こりやすいことを発見したのがはじめである。その後，1905 年までにレナルト（P.Lenard）らは，紫外線または X 線の金属照射における放出電子のエネルギーやその量，及び照射する光の振動数との関係を詳しく測定し，次のような結果を得た。

(1)　ある決められた振動数の光が金属表面から電子を飛び出させ得るなら，電流はその光の強さに直接比例する。

(2)　各々の金属表面に対して，光電子を放出させ得る最小振動数が存在し，それより小さい振動数の光をどんなに長時間照射しようと，どんなに強く当てようとも，光電子を放出させる事はできない。

(3)　この限界値より大きい振動数の光は，光電子の放出を引き起こし，金属表面に光があたったときから光電流が流れ始めるまでの時間は非常に短い。

(4)　放出された電子の運動エネルギーは，照射した光の振動数によって変り，振動数が大きいほど大きく，光の強さによらない。

　これらの結果は，光を波動として取り扱うと説明が極めて困難であり，光が粒子性をもつと考えることが必要となった。そこで，1905 年アインシュタイン（A.　Einstein）は，彼独自の統計力学的考察（熱の一般分子論）をもとに，放射と理想気体のアナロジーを進めて，『小密度の単色放射は，あたかも互いに独立で大きさｈν のエネルギー量子から成り立っているようにふるまう』という光量子仮説を提唱し，光電効果を次のように説明した。

　振動数νの単色光は，ｈνのエネルギーをもった粒子（光子）の集まりとして金属表面に到達し，光子 1 個のもつ全エネルギーを電子 1 個に伝達する。電子はｈνのエネルギーを得，金属内からポテンシャル障壁を乗り越えて自由空間に飛び出す。このとき，W という仕事の量が必要であるとする

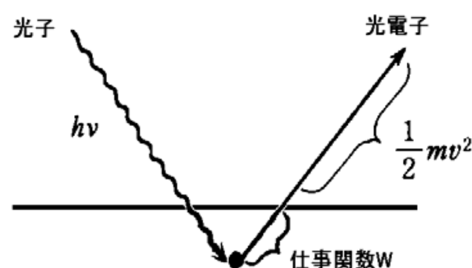


図１ 光電効果

と，飛び出した電子のもつ運動エネルギーE_kは

$$E_k = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = h\nu - W \qquad \cdots (1)$$

となる。これがアインシュタインの光電効果の方程式である。W という量は，物質の仕事関数というが，これは金属の特性を表す定数で，照射光の振動数によらない。放出された電子のエネルギーは振動数の１次関数であり，光の強度に無関係である。また，放出された電子の個数は入射する光子の数に比例するので，結果として入射光の強度に比例する。このように，アインシュタインは，光電効果の定性的な面を説明した。

1916 年ミリカン（R.A.Millikan）はアインシュタインの方程式を実験により検証し，プランク定数を測定した。ここでは，物理学史上有名なこのミリカンの方法によりプランク定数を測定する。

§２ ミリカンの方法によるプランク定数の測定

1　光電効果と阻止電圧

ミリカンは水銀灯の紫外域及び可視光のスペクトル線から単色光を取りだし，真空中に置かれたナトリウム，リチウムの切削直後の金属表面に照射した。光電面に対して，電子を受ける電極に加える逆電位－V を変えて，光電子の流れを測定した。もし光電子の運動エネルギーE_kが，$eV > E_k$の場合には光電子は電極にまったく到達することが出来なく光電流は流れない。従って，電流がちょうど流れなくなる逆電圧を　V_0（阻止電圧という）すると，$E_k = eV_0$となる。この式とアインシュタインの光電効果の式から

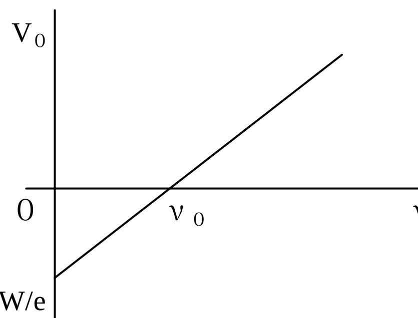


図２ 阻止電圧と振動数の関係

$$eV_0 = h\nu - W \qquad \cdots (2)$$

$$V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e} \qquad \cdots (3)$$

となる。このV_0を，照射光の振動数νに対するグラフとして描くと，そのグラフの傾きがh/eを示す。ミリカンは，この方法でアインシュタインの式を検証し，プランク定数hの値を決定した。彼は，この業績により 1923 年ノーベル物理学賞を受賞した。

本実験に使用する光電管を図３に，実験の原理図を図４に示す。

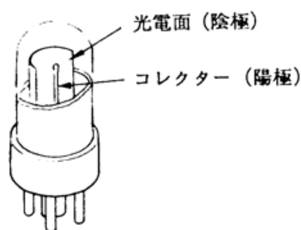


図３ 光電管

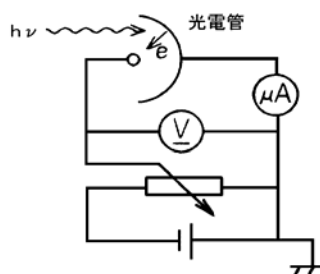


図４ 原理図

※この光電管では，仕事関数は通常２V 以下であり，波長が最大 650nm 程度までの光の光電効果を検出できる。なお，その波長特性は実験機器付属の取扱説明書の図 14 を参照のこと。

2 プランク定数測定器

装置の外観を図 5 に，またこの装置による分光の原理を図 6 に示す。

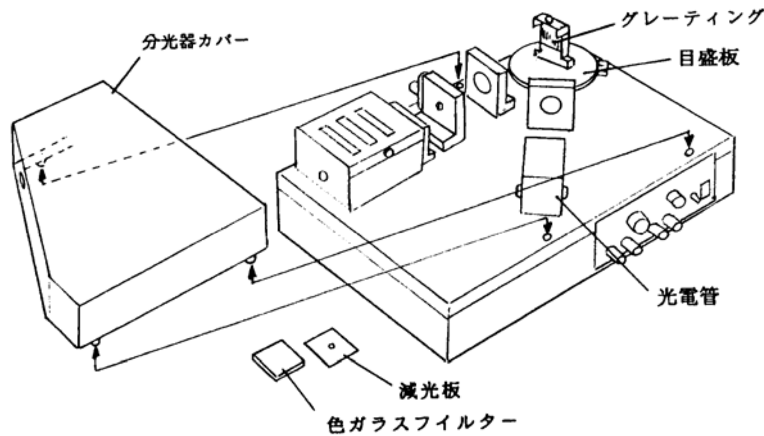


図５ 装置の外観

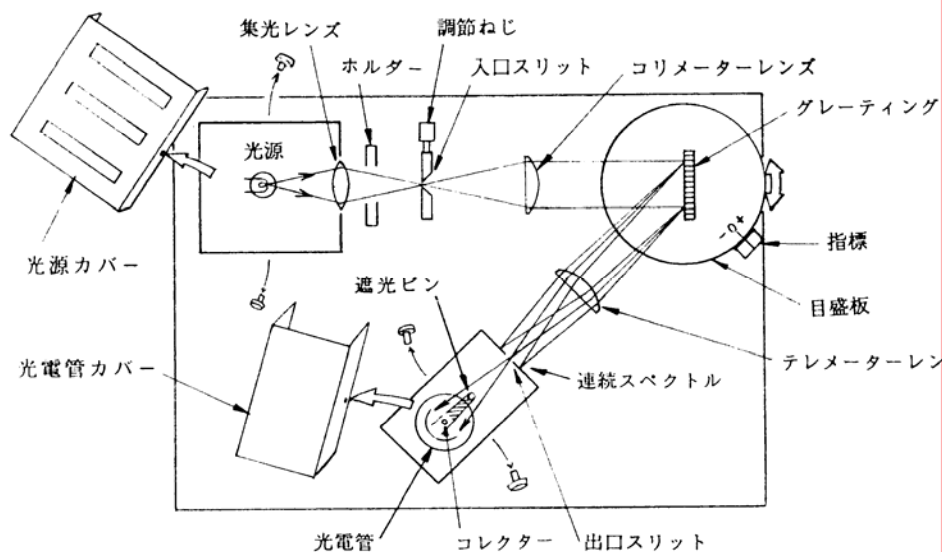


図６ 分光器の構成

この装置では，ハロゲンランプを分光して得られるスペクトルをスリットに通すことで，連続的に単色光を得るようにしている。光源から出て入口スリット上に集められた光は，コリメーターレンズで平行光になり，グレーティングで分光する。分光した光はテレメーターレンズで集光し，出口スリット位置に連続した入口スリットの像（スペクトル）を得る。スペクトルのうち出口スリットを通過した光は，単色光として光電管に入射する。

表 1 は，角度目盛板の数値を指標に合わせたとき，出口スリットを通過するスペクトルの中心波長を示している。角度は，0°から時計回りは(－)，反時計回りは(＋)の符号が付けてある。それぞれの角度に合わせると，対応した振動数の単色光が光電管に入射すると考えてよい。

表１ グレーティングの角度と光電管に入射する光の関係

角　度〔deg〕	波　長〔nm〕	振 動 数〔×10^{14}Hz〕	
－9	[359]	8.34	紫　外
－8	386	7.78	
－7	411	7.29	紫
－6	437	6.86	青
－5	463	6.47	
－4	489	6.14	
－3	514	5.83	緑
－2	539	5.56	
－1	564	5.31	黄
0	589	5.09	
＋1	[614]	4.88	橙
＋2	[639]	4.70	赤

※［　　］の波長の光は常用しない

・表１はプラス１次光を示している。

※プラス１次光の説明は付属の取扱説明書を参照のこと

・波長精度は±５(nm)である。

§３ 実験

1　実験装置および器具

プランク定数測定器（HA-30）〔本体，分光器ｶﾊﾞｰ，色ｶﾞﾗｽﾌｨﾙﾀｰ，減光板〕(図 5 参照)

マイクロアンペア計，直流電圧計，メーター接続用リード線 4 本

2　実験装置の組立てと調節

① 分光器のカバーをはずし，スイッチ類を次のような初期位置にする。

POWER：（ＯＦＦ）　　LAMP：（ＯＦＦ）

COLLECTER VOLTAGE：MIN（反時計回りいっぱい）

ZERO ADJ：中央　　GAIN：×1

② 各メーターを図 7 のように接続し，電源を入れる。

【注意】この実験器では，直流電圧計は白の端子をマイナス，黒の端子をプラスに接続する。

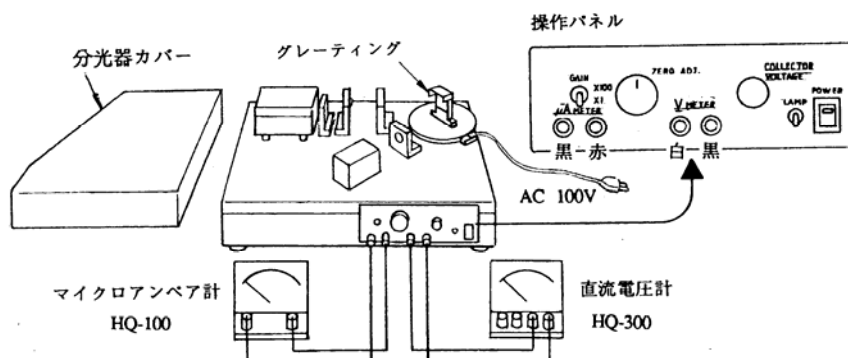


図７ 実験の準備

③ POWER スイッチは OFF のままで，LAMP スイッチを ON にする。

④ 入口スリットの間隔は調節つまみを 1 回転戻すごとに 0.5mm の割合で広がる。よって，スペクトルを目視するため，全閉の状態から半回転ほど戻した状態にする。（図 8 参照）

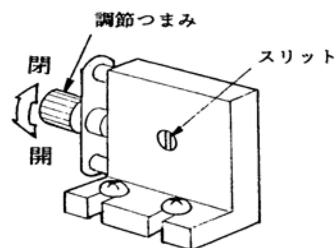


図 8 入口スリット

⑤ 目盛板の数値を 0 ° の標線に合わせ，光電管カバーの前面のスリット部分に連続スペクトルが見える事を確認する。同様に目盛板の数値を変えるとともに，光電管に入射する単色光が変化することを観察する。

⑥ 分光器のカバーをかける。そして，外部からの迷光の入射を防ぐために，測定器のまわりはできるだけ暗くしておく。

⑦ いったん LAMP スイッチを OFF にし，逆に POWER スイッチを ON にする。
※回路が安定するまでに約 20 分を要する。

⑧ COLLECTOR VOLTAGE つまみを回し，左いっぱいで直流電圧計の指示値が 0V，右いっ ぱいに回した状態で 3V 以上の電圧が出ることを確認する。操作はていねいにすること。

3 実験の方法（逆電圧・光電流の測定）

① LAMP スイッチを OFF にする。

② 表 1 により，角度板を－8 ° に合わせ，波長 386nm の光〔紫外光〕が光電管に入射するようにする。

③ COLLECTOR VOLTAGE つまみを右に回し，3V の逆電圧がかかった状態にしておく。

④ LAMP スイッチを ON にする。

⑤ スリットをよく注意して見て，全閉状態にする。いかなる光ももれないように。

⑥ GAIN を×1 の状態で, 直流増幅器バランス用の ZERO ADJ つまみを回してゼロ調節した後, 再度 GAIN を×100 にしてゼロ調節をする。その後，GAIN は×1 に戻しておく。

⑦ COLLECTOR VOLTAGE を左いっぱいに回しきって，逆電圧を 0V にする。

⑧ 光量を調節する。GAIN を×1，逆電圧 0V の状態で，入口スリットをゆっくりと開き，マイクロアンペア計が 100 μ A を示すようにする。
※光電管のレスポンスが遅いことがあるため， 1 分以上待って指示値に変化がないことを確かめる。
※減光板は必要に応じて使うこと。光量を 1/3 ほどにできるので，調節が楽になる。(図 9 参照)

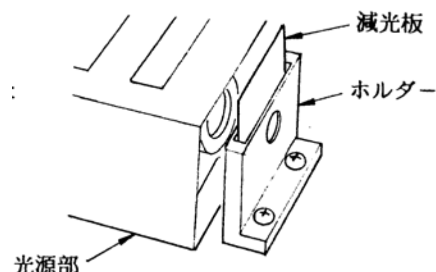


図 9 減光板の挿入

⑨ 逆電圧を 3V に戻す。マイクロアンペア計はほぼ 0 を示す。(GAIN の切り替えに注意すること)

⑩ ⑥と同様に，GAIN を×1 で 0 調節した後，GAIN を×100 にし，0 調節をする。
※この調節の善し悪しが測定値に大きく影響するので，1 分ほど変化がないか確かめると。

⑪ 逆電圧を再び 0V に戻す。(GAIN の切り替えに注意すること)

⑫ 逆電圧を徐々に上げていき，マイクロアンペア計が 0.02 μ A を示す電圧を阻止電圧として表に記入する。(GAIN の切り替えに注意すること)

※COLLECTOR VOLTAGE つまみを動かし逆電圧を小さくした時，マイクロアンペア計が一時的に不安定になるので，約 10 秒ほど待ってから読み取ること。

⑬ 測定が終われば，GAIN を×1 に戻す。

⑭ ③から⑫までの操作を角度板で１°ごと（−7°(411nm), −6°(437), −5°(463), −4°(487), −3°(514), −2°(539), −1°(564), 0°(589)）のそれぞれについて繰り返し行い，それぞれの波長での阻止電圧を測定する。

※分光系の感度が 520nm 付近で高いため，これより長波長側ではわずかに短波長側の散乱光の影響を受けることがある。よって，539nm〔−2°〕より長波長側では付属の色ガラスフィルター(0-54)をホルダーに挿入して使用すること。（図 9 参照）

※589〜639nm〔2°〕の範囲での測定は可能であるが，上記と同じ理由でデータが正確に出ない場合があるので使用しないのが懸命である。

§４ 実験結果と分析

本実験では，光電流が 0.02μA の時の電圧を阻止電圧とした。これはつぎのような根拠による。

(a) 光電管に入力する光は完全なる単色光でない。（それぞれの角度では，表１に示されたような振動数を中心とする光であるため）

(b) 角度，ゼロ調節の精度がそれほど高くない。（かなり微妙であり，ここで大きな測定誤差をまねくと考えられる。）

実験結果の一例を表 2 に示す

表２ 実験結果

角度	振動数ν〔$\times 10^{14}$Hz〕	阻止電圧 V_0[V]
−8°(386nm)	7.78	1.65
−7°(411nm)	7.29	1.45
−6°(437nm)	6.86	1.26
−5°(463nm)	6.47	1.08
−4°(489nm)	6.14	0.98
−3°(514nm)	5.83	0.83
−2°(539nm)	5.56	0.74
−1°(564nm)	5.31	0.68
0°(589nm)	5.09	0.59

※ −4°，−3°の測定において減光フィルターを使用した。

※ −2°，−1°，−0°の測定において色ガラスのみを使用した。減光フィルターを使用すると，入口スリットの幅が 0.5mm 以上になるので取り外した。

表 2 の実験結果を横軸に振動数ν，縦軸に阻止電圧 V_0をとってグラフに表すと，図 10 のようになる。

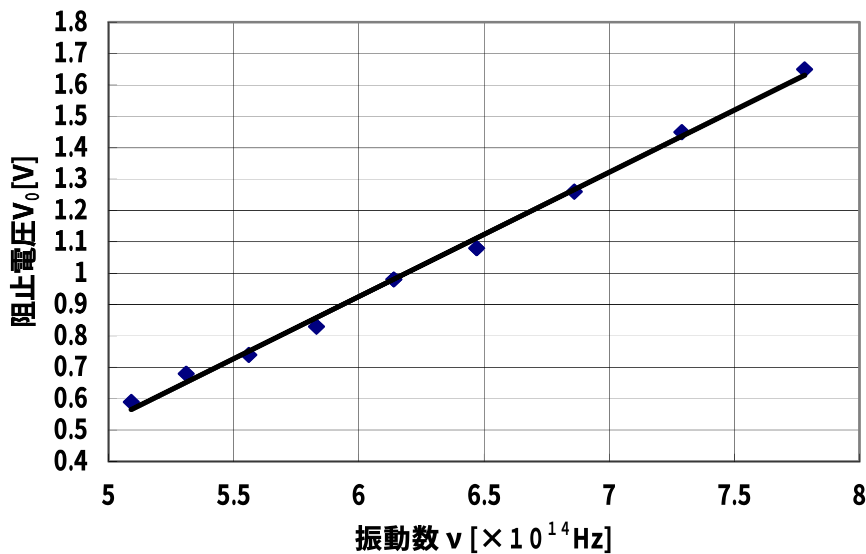


図 10 阻止電圧と振動数の関係

図 10 から明らかなように，実測点はほぼ直線上に並ぶことがわかる。この直線の傾き ΔV／Δν は，(3)式より h／e を与えるので,

$$\frac{h}{e}=\frac{\Delta V}{\Delta \nu} \quad \textbf{より} \quad h=e\frac{\Delta V}{\Delta \nu} \qquad \cdots(4)$$

従って

$$h=1.60\times10^{-19}\times\frac{1.53-0.74}{(7.5-5.5)\times10^{14}}=0.632\times10^{-33}$$

$$=6.32\times10^{-34}(J\cdot s)$$

※ グラフ上より下のようなデータを読み取った。

振動数ν[Hz]	阻止電圧 V_0[V]
5.5×10^{14}	0.74
7.5×10^{14}	1.53

となる。

現在知られているプランク定数の値は h＝6.625×10^{-34}(J/S)であるから，今回の実験で求めたプランク定数の誤差は,

$$\frac{(6.63-6.32)\times10^{-34}}{6.63\times10^{-34}}\times100=4.7(\%)$$

となる。

【備考１】《光電流－逆電圧特性》

逆電圧を 3V から徐々に小さくしていって，光電流をマイクロアンペア計で読み取ると表 3 のようになる。図 11 はこれをグラフに表したもので，光電流－逆電圧特性を示す。

※実験上の注意

・COLLECTOR VOLTAGE つまみを動かし逆電圧を小さくした時，マイクロアンペア計が一時的に不安定になるので，約 10 秒ほど待ってから読み取る。

・変化のない部分（重要でない部分）は省略してよい。

・マイクロアンペア計は GAIN が×100 では，１目盛りが 0.02μA であるので, 0.1μA までは, 0.005μA 単位まで精読する。それ以上は 0.01μA で読む。

・１μA 以上の読みは GAIN を×100 にするが, 必ずしも１～100μA のデータは必要ないので, 省略するか荒く測定してもよい。

表 3 逆電圧に対する光電流の測定値　　(光電流の単位：μA)

角度 i 逆電圧 V	−8° (386nm)	−6° (437nm)	−4° (489nm)	−2° (539nm)	−0° (589nm)
3.0	0	0	0	0	0
2.5	0	0	0	0	0
2.0	0	0	0	0	0
1.95	0.005	0	0	0	0
1.9	0.005	0	0	0	0
1.85	0.01	0	0	0	0
1.8	0.015	0	0	0	0
1.75	0.015	0	0	0	0
1.7	0.02	0	0	0	0
1.65	0.02	0	0	0	0
1.6	0.025	0	0	0	0
1.55	0.03	0.005	0	0	0
1.5	0.04	0.005	0	0	0
1.45	0.06	0.01	0	0	0
1.4	0.10	0.01	0	0	0
1.35	0.20	0.015	0	0	0
1.3	0.31	0.015	0	0	0
1.25	0.58	0.02	0	0	0
1.2	0.86	0.02	0	0	0
1.15	2.0	0.035	0.005	0	0
1.1	2.5	0.065	0.005	0	0
1.05	4.0	0.125	0.01	0	0
1.0	4.5	0.26	0.015	0	0
0.95	6.0	0.46	0.02	0	0
0.9	8.0	0.91	0.035	0	0
0.85	10	2.0	0.08	0	0
0.8	12	2.5	0.185	0.005	0
0.75	15	4.0	0.425	0.01	0
0.7	18	6.0	0.895	0.03	0
0.65	21	8.0	2.0	0.10	0
0.6	24	11	3.0	0.285	0.01
0.55	29	14	6.0	0.74	0.04
0.5	33	20	9.0	2.0	0.15
0.45	38	24	14	4.5	0.465
0.4	44	32	20	9.0	2.0
0.35	50	40	29	13	4.4
0.3	55	49	40	23	11
0.25	62	56	50	32	19
0.2	69	65	60	44	31
0.15	76	74	70	57	43
0.1	85	83	81	72	63
0.05	93	91	90	86	82
0.0	100	100	100	100	100

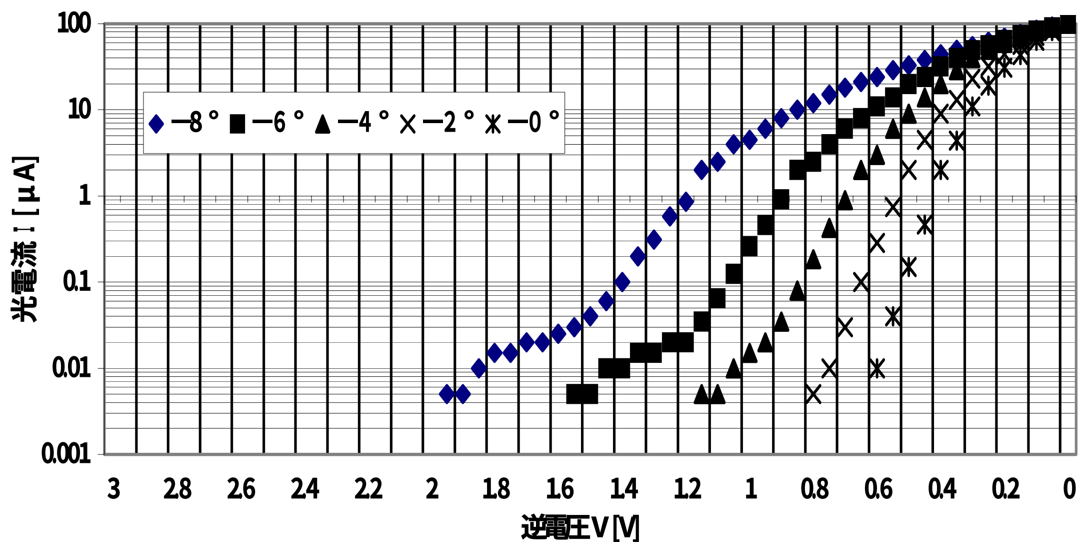


図 11　逆電圧に対する光電流(対数)

【備考２】

光電流が小さいとき，すなわち光電流が 0.01μA のときの逆電圧を阻止電圧として，図 11 より阻止電圧を求めると表４のようになる。図 12 はこれをグラフに表したものである。

表４　阻止電圧（I=0.01μA での逆電圧を阻止電圧とした）

角度	振動数〔$\times 10^{14}$Hz〕	阻止電圧[V]
−８°(386nm)	7.78	1.63
−６°(437nm)	6.86	1.23
−４°(489nm)	6.14	0.97
−２°(539nm)	5.56	0.71
−０°(589nm)	5.09	0.58

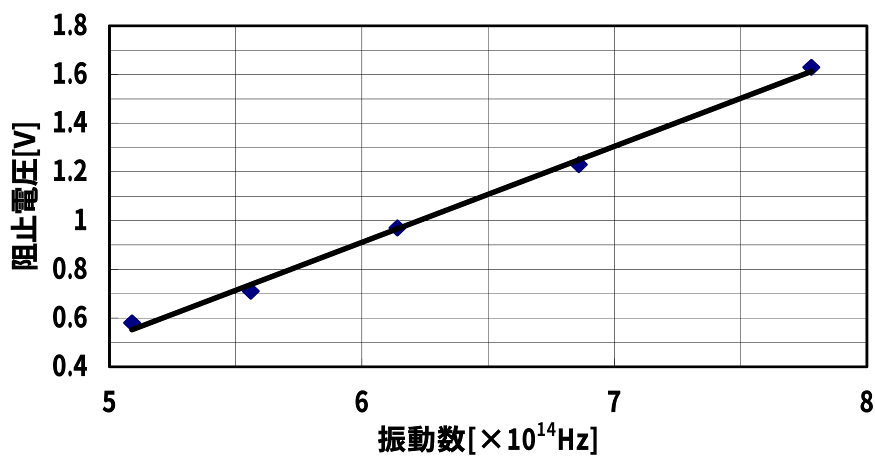


図 12　阻止電圧と振動数の関係（I=0.01μA での逆電圧を阻止電圧とした）

このグラフよりプランク定数ｈは,

$$h = 1.60 \times 10^{-19} \times \frac{1.51 - 0.92}{(7.5 - 6.0) \times 10^{14}} = 0.6293 \times 10^{-33}$$
$$= 6.29 \times 10^{-34} (J \cdot s)$$

となる。また，測定値の精度は,

$$\frac{(6.63 - 6.29) \times 10^{-34}}{6.63 \times 10^{-34}} \times 100 = 5.1(\%)$$

となる。

【参考】《プランク定数》

1　プランク定数が導出される歴史的過程

物体はその温度に応じて表面から電磁波を放射する。この現象を熱放射といい，19 世紀末にウィーンの熱放射の理論が提案されていた。

ウィーンの理論は熱放射のエネルギー分布を説明するものである。その後，1893 年には思考実験と熱力学的考察とを用いて，絶対温度Ｔと，そのとき放射されるエネルギー密度が最大になる波長λ_mとの間に,

$$\lambda_m T = 一定$$

の関係があるというウィーン変位則を導いた。物体の温度を上げていくとはじめは赤く，しだいに白熱化する現象はまさにこの変位則に対応しており，表面から放射される電磁波の波長から物体の温度を求めることが出来る。

一方，1879 年シュテファン（J．Stefan）は，当時利用できる限りの測定結果から，黒体の放射エネルギーE は，絶対温度Ｔの４乗に比例するという結論を導いた。

$$E = \sigma T^4$$（σ：シュテファン‐ボルツマン定数）

1884 年ボルツマン（L．Boltzmann）は，マクスウェルの電磁理論と熱力学とに基づいてこの結論を理論的に証明した。そのため，これをシュテファン・ボルツマンの法則という。1900 年レイリー卿（Rayleigh）は，空洞放射を立方体の中の空気の振動から類推し，空洞内の電磁振動の固有振動数の分布を調べ，ぞれぞれに平均エネルギーが等分配されるとして,

$$E = \frac{\nu^2}{c^3} kT$$　（ｃ：光速，ｋ：ボルツマン定数）

を導いた。この式は，シュテファン・ボルツマンの法則に合うようにつくられている。後に, 1905 年ジーンズ(J. H．Ｊeans）は電磁気学と統計力学を厳密に適応して，同じ式を得た。この式をレイリー・ジーンズの放射式という。

精密な実測が出来るようになるにつれて，λT が小さいときだけウィーンの式が，λT が大きいときだけレイリー・ジーンズの式が実測値と一致することが判明した。そして全波長領域で実測値と合う式を物理学から求める事は不可能ではないかという議論まで出てきた。(図 13)

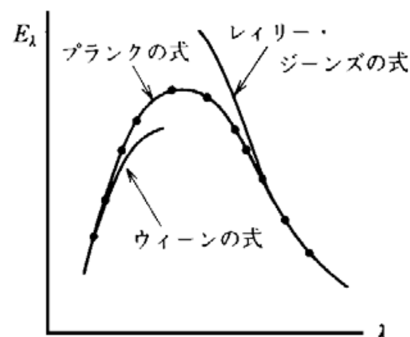


図 13 振動数／放射エネルギー

2　プランクの量子仮説

プランク（M.Planck，1858～1947）は，熱力学的な研究をしていたが，λT が小さいときウィーンの式になっていき，大きいときレイリー・ジーンズの式になっていくような 1 つの式を導出した（1900 年 10 月)。

$$E(\lambda) = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T} - 1}$$

このとき，比例定数c_1，c_2は未定であった。その後，12 月にこの式を導出する新しい考え方を発表し，比例定数も定めて

$$E = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$
$$h = 6.625 \times 10^{-34} (J \cdot 秒)$$

とした。ここで，ｈをプランク定数と定めた。この式は，波長の全領域にわたって実測とよく一致した。この式を導いた新しい考え方というのは，次のような画期的なものであった。

『エネルギーはｈｖずつの粒子のようにまとまって行動する。つまりエネルギーの値は０から∞までの任意の実数値がとれるのではなく，ｈｖの整数倍（０，ｈｖ，２ｈｖ，３ｈｖ，…）という値しかとり得ない。』

このまとまったエネルギーを量子といい，この仮定を量子仮説とした。この考え方は，物理量が連続的な値をもち得るという従来の考え方と全く異なる新しい考え方であったが，当時の物理学者をはじめプランク自身も，この量子仮説の重要性に気づいていなかったようである。

このようにして，プランク定数ｈが定義され，新しい物理の世界が幕を開けたのである。プランクの量子仮説の重要性に着目し，他の現象に適用したのがアインシュタインであり，§1 に述べたように光量子仮説を提唱し光電効果の説明に成功した。

3　プランク定数

プランクが導いたプランク定数は 6.55×10^{-34} J・ｓで，今日のｈの値とほぼ一致している。量子力学で計算される物理量は多くの場合ｈを含んでいるので，それらの値を実験値と比較してｈを測定できる。たとえば，最近ではジョセフソン効果の実験から直接ｈを測定する事ができるが，ｈを導入された初期の時代に，実験から直接ｈを求めたいくつかの方法を次にあげる。

(Ⅰ) 物体からの熱放射による方法：プランクの放射公式によれば，物体からの熱放射の波長分布は物体の温度の関数である。したがって，温度の分かっている物体からの熱放射とプランクの放射公式を比較し，ｈの値を導く。

(Ⅱ) 光電効果による方法：前述(本文)

(III) 電子の制動放射による方法：エネルギーＥの電子が物質中で起す制動放射によって放出される光のうち，最も振動数の大きいものをν_0とすると，$E = h\nu_0$なる関係が成立する。これより，ｈを求める。

【参考文献】

[1]「プランク定数測定器 HA - 30」取扱説明書（島津理化器械(株)）

[2] 後藤憲一著「新しい物理へのアプローチ」（1989，共立出版）
[3] 高等学校「物理」教授資料（数研出版）
[4] 高等学校「物理」指導と研究（第一学習社）
[5] 物理学辞典編集委員会「物理学辞典（縮刷版）」（1992，培風館）